

Sujet bac 2012 – Série D

Exercice 1

4 points

On considère la série statistique à double variable X et Y définie par le tableau ci-après :

X	-2	0	1	a	4
Y	-10	-8	b	0	12

- Déterminer les réels a et b pour que le point moyen G du nuage statistique, ait pour coordonnées $(1; -2)$.
- Dans la suite, on prendra $a = 2$ et $b = -4$.
 - Représenter graphiquement les points du nuage de cette série statistique.
 - Déterminer l'équation de la droite de régression de X en Y .
 - Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y , puis interpréter le résultat.

Exercice 2

4 points

- Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes, l'équation :

$$(E) : z^2 + 8\sqrt{3} - 8i = 0$$

- En utilisant la forme trigonométrique.
 - En utilisant la forme algébrique. On pourra admettre que $8 + 4\sqrt{3} = (\sqrt{2} + \sqrt{6})^2$.
- Placer les images des solutions z_1 et z_2 de (E) sur un cercle trigonométrique.
 - Déduire de ce qui précède, la valeur exacte de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

Problème

12 points

Partie A

- Résoudre l'équation différentielle : $y'' + 2y' + y = 0$.
- Déterminer la solution particulière u , sachant que $u(0) = 1$ et $u'(0) = 0$.

Partie B

Soit f , la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - 2x + x \ln x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan d'unité graphique : 2 cm.

- Préciser l'ensemble de définition de f .
- Étudier la continuité et la dérivabilité de f en $x = 0$.
- Étudier les variations de f . On dressera un tableau de variation de f .
- Pour $x \leq 0$, déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe (C) avec l'axe des abscisses et écrire une équation cartésienne de la tangente (T) à (C) en ce point.

7. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]6; 7[$. On ne demande pas de calculer α .
8.
 - a. Étudier les branches infinies à (C) .
 - b. Tracer la courbe (C) de f et la droite (T) .

Partie C

Soit h la fonction numérique de la variable réelle x , définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad h(x) = -f(x)$$

9.
 - a. Dresser le tableau de variation de h .
 - b. Tracer la courbe (C') représentative de h dans le même repère que (C) de f .
 - c. Calculer en cm^2 , l'aire \mathcal{A} du domaine (D) limité par les courbes (C) ; (C') et les droites d'équations $x = -1$; $x = 0$.