

Sujet bac 2018 – Série D

Exercice 1

5 points

Le plan complexe \mathbb{C} étant rapporté au repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives

$$Z_A = 1 + 2i; \quad Z_B = -1 + 2i; \quad Z_C = 1 - i; \quad Z_D = 1$$

- Déterminer l'affixe $Z_{\vec{BC}}$ du vecteur \vec{BC} .
 - Déterminer l'expression analytique de la translation de vecteur \vec{BC} .
 - Trouver l'affixe du point A' image du point A par la translation de vecteur \vec{BC} .
- Prouver qu'une mesure, en radian, de l'angle (\vec{AD}, \vec{AB}) est $-\frac{\pi}{2}$.
 - Écrire l'expression analytique de la rotation R de centre A et d'angle (\vec{AD}, \vec{AB}) .
 - Trouver l'affixe du point C' image du point C par la rotation R .
- Déterminer le rapport et l'angle de la similitude plane directe S de centre A et qui transforme B en A .

Exercice 2

5 points

Soit \mathcal{E} un plan vectoriel rapporté à sa base canonique (\vec{i}, \vec{j}) . On considère les deux droites vectorielles (D_1) et (D_2) d'équations cartésiennes respectives $x - 2y = 0$ et $x + y = 0$ de ce plan.

- Vérifier que les droites (D_1) et (D_2) sont engendrées respectivement par les vecteurs $\vec{e}_1 = 2\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{e}_2 = -\vec{i} + \vec{j}$.
- Prouver que la famille (\vec{e}_1, \vec{e}_2) est une base de \mathcal{E} .
- Montrer que les sous-espaces vectoriels (D_1) et (D_2) sont supplémentaires dans \mathcal{E} .
- Soit f un endomorphisme de \mathcal{E} défini par : $f(\vec{e}_1) = \vec{e}_1$ et $f(\vec{e}_2) = -\vec{e}_2$. Exprimer les vecteurs $f(\vec{i})$ et $f(\vec{j})$ dans la base (\vec{i}, \vec{j}) .

Exercice 3

6 points

Soit la fonction numérique f à variable réelle x , définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{-1 + \ln x} & \text{si } x > 0 \\ e^{-2x} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité graphique : 2 cm.

- Déterminer l'ensemble de définition de f .
- Vérifier que la fonction f est continue en $x = 0$.
- Étudier la dérivabilité de f en $x = 0$.
- Déterminer la fonction dérivée f' de f .
 - Dresser le tableau de variation de f .
- Préciser les branches infinies à la courbe (C) de f .
 - Tracer (C) .

6. Calculer l'aire \mathcal{A} du domaine limité par la courbe (C) de f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$; $x = 0$.

Exercice 4

4 points

Le tableau ci-dessous représente le couple (x, y) des deux caractères d'une série statistique. x est le nombre de jours et y le poids en mg d'une larve.

x	1	2	3	4	5	6
y	0,2	1,4	1,8	2	2,6	3

1. Calculer les coordonnées \bar{x} et \bar{y} du point moyen G .
2. Déterminer l'équation de la droite de régression linéaire de y en x .
3. Estimer le poids de la larve au 7^e jour.