

Sujet bac 2019 – Série A

Exercice 1

8 points

Partie 1

1. a. Décomposer les nombres 1 155 et 300 en produit de puissances de nombres premiers.
b. En déduire le PGCD(1155 ; 300).
2. Rendre irréductible la fraction $\frac{1\,155}{300}$.

3. La fraction $\frac{1\,155}{300}$ est-elle décimale ?

NB. On utilisera la propriété suivante : une fraction est décimale si le dénominateur de sa fraction irréductible ne contient que les puissances de 2 et/ou de 5.

Partie 2

1. On donne le polynôme $p(x) = -2x^3 + 9x^2 - 7x - 6$. En considérant $x_0 = 2$, une solution évidente de l'équation $p(x) = 0$, déterminer les réels a et b tels que $p(x) = (x - 2)(ax^2 + 5x + b)$.
2. Considérons $a = -2$ et $b = 3$.
 - a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-2x^2 + 5x + 3 = 0$.
 - b. En déduire les solutions de l'équation $p(x) = 0$ dans $\mathbb{R}$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E) : -(e^t)^3 + 9(e^t)^2 - 7e^t - 6 = 0$.
4. a. Trouver la valeur de Y dans le système S pour $X = -1$. On donne $S : \begin{cases} -2X + Y = 4 \\ 3X + 2Y = 1 \end{cases}$
b. En déduire, dans $\mathbb{R}^2$, les solutions du système $(S') : \begin{cases} -2\ln x + e^y = 4 \\ 3\ln x + 2e^y = 1 \end{cases}$

Exercice 2

8 points

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{ax + 3}{x + 1}$ avec a un réel. On désigne par $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative de f dans un plan $(\mathcal{P})$ muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique : 1 cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition E_f de f sous forme d'une réunion d'intervalles.
2. Trouver le réel a pour que la courbe de f passe par $A(1 ; 1)$.
3. Dans la suite, on posera $a = -1$.
 - a. Calculer la limite de f en $-\infty$ et la limite de f en -1 à gauche.
 - b. Donner l'interprétation graphique des limites à l'infini et en -1 calculées au a.
4. a. Calculer la fonction dérivée f' de f .

- b. Préciser le signe de $f'(x)$ pour $x \in E_f$.
 - c. Préciser le sens de variation de f sur chacun des intervalles de E_f .
 - d. Dresser le tableau de variation de f . On donne $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ et $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$.
5. Construire, dans le plan $(\mathcal{P})$ muni du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la courbe $(\mathcal{C})$ et les droites $(\mathcal{D}_1) : x = -1$ et $(\mathcal{D}_2) : y = -1$ qui sont les asymptotes à la courbe.

Exercice 3

4 points

Chaque année le taux de natalité est calculé en divisant le nombre de naissances par le nombre d'habitants d'un pays. Dans un pays en développement, on a constaté lors d'une étude statistique que le taux de natalité était en baisse. Voici ci-dessous le tableau des résultats constatés.

Rang de l'année (x_i)	4	6	8	10	12
Taux de natalité en % (y_i)	1,5	3,1	2,8	2,5	1,3

1. Construire le nuage des points $M_i(x_i, y_i)$ associé à cette série statistique dans un plan muni d'un repère orthogonal. On prendra : sur l'axe $(x'Ox)$, 1 cm pour une année ; sur l'axe $(y'Oy)$, 1 cm pour 1 %.
2. On désigne par $G_1(x_{G_1}, y_{G_1})$ le point moyen du sous-nuage associé au tableau suivant :

Rang de l'année (x_i)	4	6
Taux de natalité en % (y_i)	1,5	3,1

De même $G_2(x_{G_2}, y_{G_2})$ le point moyen du sous-nuage associé au tableau ci-après :

Rang de l'année (x_i)	8	10	12
Taux de natalité en % (y_i)	2,8	2,5	1,3

- a. Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2 .
- b. Déterminer, sous la forme $y = ax + b$ (avec a et b des réels), l'équation de la droite (G_1G_2) .
- c. On suppose que le taux de natalité y est donné en fonction du rang de l'année par la formule : $y = -\frac{1}{50}x + \frac{12}{5}$. Déterminer le taux de natalité à la quatorzième (14^e) année.