

BACCALAURÉAT — SÉRIE A
Mathématiques — Session 2020
Corrigé détaillé

Exercice 1

Partie 1

1. **a. Vrai**, car $28 = 7 \times 4$ et $56 = 7 \times 8$.
b. Faux. L'équation $6x^2 - 7x + 3 = 0$ n'a pas de racine réelle : $\Delta = 7^2 - 4 \times 6 \times 3 = -23 < 0$.
c. Vrai.
d. Faux. $1 + 2 + 4 = 7$; 7 n'étant pas divisible par 3, 124 ne l'est pas.
2. **a.** PGCD de 1950 et 235 (Euclide) : $1950 = 235 \times 8 + 70$; $235 = 70 \times 3 + 25$; $70 = 25 \times 2 + 20$; $25 = 20 \times 1 + 5$; $20 = 5 \times 4 + 0$. Dernier reste non nul : $\text{PGCD}(1950, 235) = 5$. Fraction irréductible : $\frac{1950}{235} = \frac{390}{47}$ (en divisant par 5).
b. $8,297 < \frac{1950}{235} < 8,298$.

Partie 2

1. Conditions d'existence : $\frac{2x-1}{x+4}$ existe si $x \neq -4$; $\frac{2x+1}{x-2}$ existe si $x \neq 2$. La résolution se fait sur $\mathbb{R} \setminus \{-4, 2\}$.

$$\begin{aligned} \frac{2x-1}{x+4} = \frac{2x+1}{x-2} &\iff (2x-1)(x-2) = (2x+1)(x+4) \\ &\iff 2x^2 - 5x + 2 = 2x^2 + 9x + 4 \iff -14x = 2 \iff x = -\frac{1}{7}. \end{aligned}$$

D'où $S = \left\{-\frac{1}{7}\right\}$.

2. **a.** $3x^2 - 2x - 1 = 0$: discriminant réduit $\Delta' = (-1)^2 - 3 \times (-1) = 4 > 0$. Solutions $x_1 = \frac{1-2}{3} = -\frac{1}{3}$ et $x_2 = \frac{1+2}{3} = 1$.
b. En posant $X = e^x$, $(E') : 3e^{2x} - 2e^x - 1 = 3X^2 - 2X - 1 = 0$, d'où $X = -\frac{1}{3}$ (impossible, car $e^x > 0$) ou $X = 1$, soit $e^x = 1 \iff x = 0$. D'où $S' = \{0\}$.

Méthode. Changement d'inconnue : une équation en e^x (ou un système en $\ln x$) se ramène à une équation classique en posant $X = e^x$ (ou $X = \ln x$). Résoudre en X , puis *revenir* à x en écartant les valeurs impossibles — ici $X = -\frac{1}{3}$ est rejetée car $e^x > 0$.

3. **a.** De $x - 2y = -1$: $x = 2y - 1$. Dans la 2^e équation : $7y - 2 = -2$, d'où $y = 0$ puis $x = -1$. Solution : $\{(-1; 0)\}$.
b. En posant $X = \ln x$, $Y = \ln y$, (S') devient $\begin{cases} X - 2Y = -1 \\ 2X + 3Y = -2 \end{cases}$, d'où $X = -1$, $Y = 0$, soit $\ln x = -1$, $\ln y = 0$: $x = \frac{1}{e}$, $y = 1$. Solution : $\left\{\left(\frac{1}{e}, 1\right)\right\}$.

Exercice 2

1. a. $g(-1) = \frac{-2(-1) + 2}{2(-1) + 3} = 4$: l'image de -1 est 4.

b. g existe si $2x + 3 \neq 0$, soit $x \neq -\frac{3}{2}$: $-\frac{3}{2}$ n'a pas d'image.

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{2x} = -1$. En $-\frac{3}{2}$: $-2x + 2 \rightarrow 5$ et $2x + 3 \rightarrow 0$, donc $\lim_{x \rightarrow -3/2^-} g = -\infty$ (car $2x + 3 < 0$) et $\lim_{x \rightarrow -3/2^+} g = +\infty$ (car $2x + 3 > 0$).

3. a. $\forall x \neq -\frac{3}{2}, g'(x) = \frac{-2(2x+3) - 2(-2x+2)}{(2x+3)^2} = \frac{-10}{(2x+3)^2}$.

Rappel de cours. Dérivée d'un quotient : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$. Pour une fonction homographique $\frac{ax+b}{cx+d}$, le résultat est toujours du type $\frac{\text{constante}}{(cx+d)^2}$: son signe est constant, la fonction est monotone sur chaque intervalle de définition.

b. $(2x+3)^2 > 0$, donc $g'(x) < 0$ sur $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$.

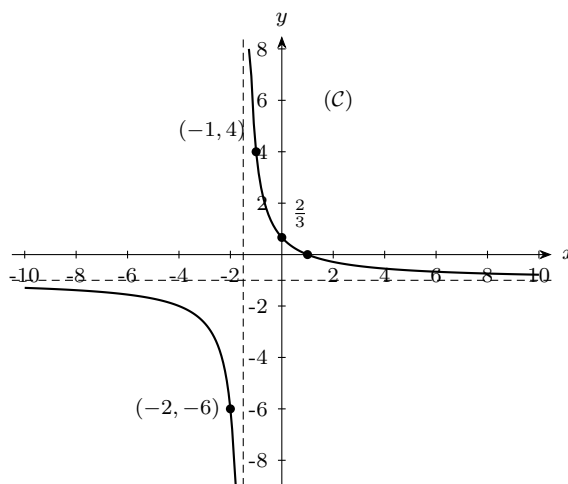
4. Tableau de variation :

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	—		—
g	$-1 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow -1$	

5. $g(-2) = -6$; $g(0) = \frac{2}{3}$; $g(1) = 0$. Antécédent de 4 : $\frac{-2x+2}{2x+3} = 4 \Leftrightarrow -2x+2 = 8x+12 \Leftrightarrow x = -1$.

x	-2	-1	0	1
$g(x)$	-6	4	$\frac{2}{3}$	0

6. $g(0) = \frac{2}{3}$: $(\mathcal{C})$ coupe l'axe des ordonnées en $\frac{2}{3}$; $g(1) = 0$: elle coupe l'axe des abscisses en $x = 1$. Asymptote verticale $x = -\frac{3}{2}$ et asymptote horizontale $y = -1$ (en $\pm\infty$).



Exercice 3

1. a. Tableau ordonné (T) :

x_i	5,5	5,6	5,6	5,8	6	6,2	6,4	6,8	7,1	7,2
y_i	4,1	4,9	3,9	4	4,9	4,7	5,5	5	6,2	6

b. $\bar{x}_1 = \frac{5,5 + 5,6 + 5,6 + 5,8 + 6}{5} = 5,70$; $\bar{y}_1 = \frac{4,1 + 4,9 + 3,9 + 4 + 4,9}{5} = 4,36$. Donc $G_1(5,70; 4,36)$.

c. $\bar{x}_2 = \frac{6,2 + 6,4 + 6,8 + 7,1 + 7,2}{5} = 6,74$; $\bar{y}_2 = \frac{4,7 + 5,5 + 5 + 6,2 + 6}{5} = 5,48$. Donc $G_2(6,74; 5,48)$.

2. a. $y = ax + b$ passant par G_1, G_2 : $\begin{cases} 4,36 = 5,7a + b \\ 5,48 = 6,74a + b \end{cases}$. En soustrayant : $a = \frac{1,12}{1,04} = 1,077$; $b = 4,36 - 1,077 \times 5,7 = -1,778$. D'où $y = 1,077x - 1,778$.

Méthode. Ajustement par la méthode de Mayer : **1)** ordonner la série selon x ; **2)** la couper en deux moitiés et calculer les points moyens G_1 et G_2 de chacune ; **3)** la droite d'ajustement est (G_1G_2) — son équation s'obtient en résolvant le petit système, ou par $a = \frac{y_{G_2} - y_{G_1}}{x_{G_2} - x_{G_1}}$.

- b. Pour $y = 4,4$: $4,4 = 1,077x - 1,778$, soit $x = \frac{6,178}{1,077} = 5,74$. Pour un lancer à 4,4 m du bras gauche, le lancer du bras droit est estimé à 5,74 m.