

BACCALAURÉAT — SÉRIE A  
**Mathématiques — Session 2021**  
*Corrigé détaillé*

---

### Exercice 1

#### Partie A

1.  $a = \frac{9}{10}$  et  $b = \frac{18}{25}$  sont déjà irréductibles (seul diviseur commun : 1).  $c = \frac{4}{30} = \frac{2 \times 2}{2 \times 15} = \frac{2}{15}$ .
2. PPCM(10, 25, 15) : en décomposant,  $10 = 2 \times 5$ ,  $25 = 5^2$ ,  $15 = 3 \times 5$ . Le PPCM est le produit des facteurs premiers, chacun avec son plus grand exposant :  $2 \times 5^2 \times 3 = 150$ .

**Rappel de cours.** PPCM par décomposition en facteurs premiers : prendre *tous* les facteurs qui apparaissent, chacun avec son *plus grand* exposant. (Pour le PGCD : seulement les facteurs communs, avec le plus petit exposant.) Le PPCM sert de dénominateur commun minimal pour additionner des fractions.

3. a. Réduction au dénominateur 150 :  $\frac{9}{10} = \frac{135}{150}$  ( $\times 15$ ) ;  $\frac{18}{25} = \frac{108}{150}$  ( $\times 6$ ) ;  $\frac{2}{15} = \frac{20}{150}$  ( $\times 10$ ).  
b.  $S = \frac{9}{10} - \frac{18}{25} + \frac{4}{30} = \frac{135}{150} - \frac{108}{150} + \frac{20}{150} = \frac{135 - 108 + 20}{150} = \frac{47}{150}$ .

#### Partie B

1. a.  $P(x) = (2x + 1)(x^2 + x - 6) = 2x^3 + 2x^2 - 12x + x^2 + x - 6 = 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6$ .  
b.  $x^2 + x - 6 = 0 : \Delta = 1 - 4(-6) = 25$ , d'où  $x_1 = \frac{-1 - 5}{2} = -3$  et  $x_2 = \frac{-1 + 5}{2} = 2$ .  
c.  $P(x) = 0 \Leftrightarrow 2x + 1 = 0$  ou  $x^2 + x - 6 = 0$ , soit  $x = -\frac{1}{2}$ ,  $x = -3$  ou  $x = 2$ .  $S = \left\{-3; -\frac{1}{2}; 2\right\}$ .
2. En posant  $x = \ln t$ ,  $(E) : 2(\ln t)^3 + 3(\ln t)^2 - 11 \ln t - 6 = 0$  devient  $2x^3 + 3x^2 - 11x - 6 = 0$ , de solutions  $\{-3; -\frac{1}{2}; 2\}$ . D'où  $\ln t_1 = -3$ ,  $\ln t_2 = -\frac{1}{2}$ ,  $\ln t_3 = 2$ , soit  $t \in \{e^{-3}; e^{-\frac{1}{2}}; e^2\}$ .

**Méthode.** Les questions s'enchaînent : le polynôme développé puis résolu aux questions précédentes est exactement celui qui apparaît en posant  $x = \ln t$ . Après résolution en  $x$ , revenir à  $t$  avec  $\ln t = x_0 \Leftrightarrow t = e^{x_0}$  — toutes les valeurs conviennent ici, car l'exponentielle est toujours définie.

### Exercice 2

1. a.  $\mathbb{R}^* = ]-\infty; 0[ \cup ]0; +\infty[$ .  
b.  $\frac{x-1}{x} = \frac{x}{x} + \frac{-1}{x} = 1 + \frac{-1}{x}$ , donc  $a = -1$ .  
c.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x} = 1$  : asymptote horizontale  $y = 1$  en  $-\infty$ .  $\lim_{x \rightarrow 0^-} g = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{x} = +\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g = -\infty$  : asymptote verticale  $x = 0$ .

**Méthode.** Écrire une fonction homographique sous la forme  $c + \frac{a}{x-x_0}$  (ici  $g(x) = 1 - \frac{1}{x}$ ) fait apparaître directement ses deux asymptotes :  $y = c$  à l'infini et  $x = x_0$  à la verticale. Les limites s'en déduisent sans calcul supplémentaire.

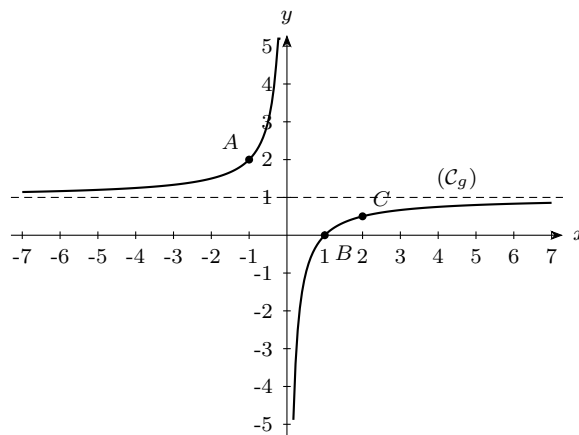
2. a.  $\forall x \in \mathbb{R}^*, g'(x) = \frac{x - (x-1)}{x^2} = \frac{1}{x^2}$ .

b.  $g'(x) = \frac{1}{x^2} > 0$  :  $g$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}^*$ .

c.

| $x$     | $-\infty$            | $0$                          | $+\infty$ |
|---------|----------------------|------------------------------|-----------|
| $g'(x)$ | $+$                  | $\parallel$                  | $+$       |
| $g$     | $1 \nearrow +\infty$ | $\parallel -\infty \nearrow$ | $1$       |

3. a.  $g(-1) = \frac{-1-1}{-1} = 2$  :  $A(-1; 2)$ .  $g(1) = 0$  :  $B(1; 0)$ .  $g(2) = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$  :  $C(2; \frac{1}{2})$ .



b.

### Exercice 3

1.  $\bar{X} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3,5$  ;  $\bar{Y} = \frac{1,2+1,8+2,3+2,5+3+3,5}{6} = 2,38$ . Point moyen  $G(3,5; 2,38)$ .

2. a. Sous-tableaux :

$T_1$  :

| $X$ (mois) | 1   | 2   | 3   |
|------------|-----|-----|-----|
| $Y$ (mg)   | 1,2 | 1,8 | 2,3 |

$T_2$  :

| $X$ (mois) | 4   | 5 | 6   |
|------------|-----|---|-----|
| $Y$ (mg)   | 2,5 | 3 | 3,5 |

b.  $\bar{X}_1 = \frac{1+2+3}{3} = 2$ ,  $\bar{Y}_1 = \frac{1,2+1,8+2,3}{3} = 1,77$  :  $G_1(2; 1,77)$ .  $\bar{X}_2 = \frac{4+5+6}{3} = 5$ ,  $\bar{Y}_2 = \frac{2,5+3+3,5}{3} = 3$  :  $G_2(5; 3)$ .

c. Droite de Mayer (par  $G_1, G_2$ ) :  $a = \frac{3-1,77}{5-2} = 0,41$ . Comme  $G_2 \in$  la droite :  $3 = 0,41 \times 5 + b$ , d'où  $b = 0,95$ . Ainsi  $y = 0,41x + 0,95$ .

3. En multipliant par 3 :  $3y = 1,23x + 2,85$ , soit  $1,23x - 3y + 2,85 = 0$ , quasi identique à  $1,24x - 3y + 2,8 = 0$ . Pour  $x = 7$  :  $1,24 \times 7 - 3y + 2,8 = 0 \Rightarrow 3y = 11,48 \Rightarrow y \approx 3,83$ . Au 7<sup>e</sup> mois, le poids de la larve est d'environ 3,83 mg.